Éducation des adultes

NOUVELLE ÉDITION

MATHÉMATIQUE

2e année du 1er cycle (2e secondaire)

Tiré à part

Chronos

Modélisation algébrique - MAT-2101-3

Formation de base commune

Anne-Renée **Arcand**

Éliane **Montembeault**

Sous la direction de Martin **Francœur**

ÉDITIONS MARIE FRANCE

Modélisation algébrique

MAT-2101-3

Révision linguistique : Annie Saint-Germain
Brigitte Trudel
Révision scientifique : Gilles Rochette
Stéphane Lance
Correction d'épreuves : Doris Lizotte
Conception et réalisation : Interscript

Illustration : LaSo Design, www.photos.com © 2011, Jupiter Images Corporation

Dépôt légal 2e trimestre 2014
Bibliothèque et Archives Canada
Bibliothèque et Archives nationales du Québec

Éditions Marie-France sont membres de ASSOCIATION NATIONALE DES ÉDITEURS DE LIVRES

ISBN : 978-2-89661-158-4

Imprimé au Canada

Nous reconnaissons l'aide financière du gouvernement du Canada par l'entremise du Fonds du livre Canada pour nos activités d'édition.

Table des matières

Les bases de l'algèbre 3

Les modèles algébriques simples : Je finance mon voyage 5

Activité A : La résolution algébrique d'équations 6

Activité B : Périmètres, aires et volumes 25

Les proportions : Je planifie mon voyage 52

Activité A : La relation de proportionnalité directe 53

Activité B : La relation de proportionnalité inverse 69

La résolution d'équations à une inconnue : Prêts à partir ? 75

Activité A : La résolution algébrique d'équations comportant deux opérations 76

Activité B : La résolution d'équations à une inconnue ayant des termes semblables 80

Activité C : La résolution d'équations ayant des parenthèses 85

Bilan des apprentissages

Exercices supplémentaires : Choisir et partir 101

Autres notions utiles 102

Situation d'apprentissage et d'évaluation supplémentaire 109

Mise en situation

Projet : voyage

Vos amis et vous avez l'habitude de vous réunir une fois par semaine pour un souper. Lors de ces repas amicaux, vous avez toujours de grandes discussions, aussi intéressantes les unes que les autres. Au cours d'une de ces soirées, vous discutez de vos projets. En échangeant, vous remarquez que vos amis et vous, qui avez un grand intérêt pour les voyages, aimeriez visiter un pays étranger cet été. Cependant, personne ne semble vraiment fixé sur une destination en particulier et chacun a certaines craintes qui le font hésiter à donner vie à ses projets.

Au fil des discussions, vous constatez que l'aspect financier ainsi que l'insécurité ressentie à l'idée de partir seul sont les principales raisons pour lesquelles vous n'avez jamais voyagé auparavant. Il est vrai qu'en considérant le coût des billets d'avion, de l'hébergement, de la nourriture, des activités et des imprévus, il peut s'avérer dispendieux de voyager. Aussi, avec les nombreuses langues, les variations entre les coutumes et toutes les différences qu'on peut retrouver dans le fonctionnement de chaque culture, de chaque pays visité, il est justifié que certains d'entre vous n'osent pas partir seuls à l'aventure.

À brûle-pourpoint, vous lancez une idée qui vous semblait loufoque au départ : pourquoi ne pas partir ensemble cet été vers une destination qui conviendrait à tous ? Il est vrai que tout coûte moins cher quand on est en groupe. En plus, comme vous êtes des amis de longue date, cela permettrait de vivre une belle expérience commune et rassurerait ceux qui ne se sentent pas assez confiants pour partir seuls. À votre grande surprise, tous vos amis répondent positivement à votre suggestion. Tout le monde semble motivé par cette idée. Ensemble, vous décidez donc de pousser ce projet à terme.

Qu'est-ce qu'un modèle algébrique ?

Un modèle algébrique, c'est l'expression mathématique d'une situation, souvent issue de la vie courante.

Il établit une relation entre différentes quantités et permet ainsi de trouver la valeur associée à une inconnue.

Note : Si ce n'est pas déjà fait, on doit associer une variable à chacune des quantités qui nous intéressent lorsqu'on produit un modèle algébrique.

La variable associée à une quantité donnée est souvent la première lettre du mot qui l'identifie.

Ex. : De façon générale, lorsqu'il est en voiture, Jean se déplace à une vitesse moyenne de 100 km/h. Si on connaît le temps qu'il met à se rendre d'une ville à une autre, comment peut-on calculer la distance qu'il a parcourue ?

1. Identifier les quantités en cause et les associer à une variable :
   - Vitesse : V
   - Temps : T
   - Distance : D
2. Établir la relation entre les différentes quantités :

   $D = V \times T$

   Cette expression constitue le modèle algébrique qui relie la distance, la vitesse et le temps lors d'un déplacement.
3. Adapter le modèle à la situation :

   $V = 100$ km/h

   $D = 100T$

   Si on connaît le temps du déplacement, on peut trouver la distance parcourue selon ce modèle.

978-2-89661-158-4

6. Complétez le tableau qui démontre les gains possibles selon le prix de vente des jujubes.

Situations	Coût pour un emballage de 500 grammes de jujubes (C)	Prix final de vente (P)	Gain par emballage (G)
Situation 1	7,25 $	8,00 $	
Situation 2	7,25 $	10,00 $	
Situation 3	7,25 $	12,50 $	

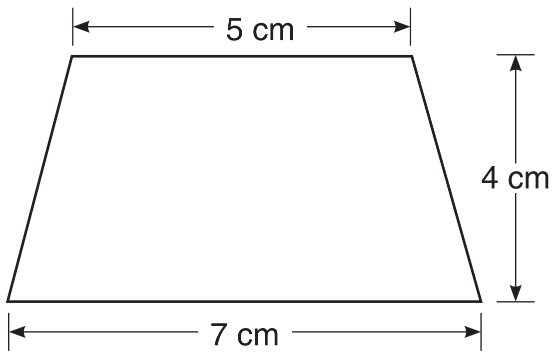
7. Un modèle algébrique se cache dans les opérations que vous avez effectuées au numéro 6. Trouvez quel est ce modèle en utilisant seulement la première lettre de chaque titre du tableau.

8. Si vous changez le prix de vente pour un montant beaucoup plus grand, allez-vous tout de même conserver le même modèle algébrique ? Expliquez votre réponse.

9. D'après vous, quel est le prix de vente le plus raisonnable entre les trois prix présentés dans le tableau ? Expliquez votre réponse.

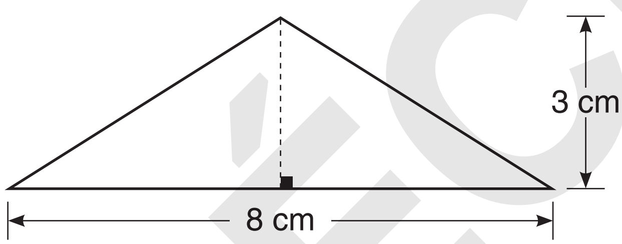
2. Trouvez l'aire des figures géométriques suivantes.

a)



Réponse : ______________________________

b)



Réponse : ______________________________

978-2-89661-158-4

La racine carrée

La racine carrée d'un nombre *a* est le nombre positif qui, multiplié par lui-même, donne *a*. On représente la racine carrée de *a* par $\sqrt{a}$.

Ex. : La racine carrée de 25 est 5 ou $\sqrt{25} = 5$

Il existe une touche spécifique pour trouver la racine carrée d'un nombre sur la majorité des calculatrices. Elle est représentée par le signe $\sqrt{\ }$.

16. En utilisant votre calculatrice, trouvez les nombres carrés ou la racine carrée des nombres suivants :

a) $\sqrt{81}$ = _______ **b)** $\sqrt{\_\_\_\_\_\_}$ = 12

c) $\sqrt{4\,900}$ = _______ **d)** $\sqrt{100}$ = _______

e) $\sqrt{625}$ = _______ **f)** $\sqrt{\_\_\_\_\_\_}$ = 15

La racine cubique

La racine cubique d'un nombre *a* est le nombre qui, multiplié par lui-même deux fois, donne *a*.

Ex. : La racine cubique de 216 est 6 ou $\sqrt[3]{216} = 6$, car $6 \times 6 \times 6 = 216$.

Remarque : 6 est multiplié deux fois par lui-même et il apparaît trois fois comme facteur.

17. Complétez les égalités suivantes :

a) $\sqrt[3]{27}$ = _______ **b)** $\sqrt[3]{\_\_\_\_\_\_}$ = 16

c) $\sqrt[3]{512}$ = _______ **d)** $\sqrt[3]{8\,000}$ = _______

e) $\sqrt[3]{\_\_\_\_\_\_}$ = 9 **f)** $\sqrt[3]{32\,768}$ = _______

La relation de proportionnalité directe

On parle de proportionnalité directe lorsque deux rapports sont égaux quand on les compare. Cela signifie que lorsque deux données sont dans une relation de proportionnalité directe, si l'une des données augmente, l'autre augmente aussi. Si une des données diminue, l'autre diminue aussi.

Exemple : Si Simon achète 1 banane à 0,60 $ et que Marie achète 10 bananes au même prix, la relation de proportionnalité est directe. Quand le nombre de bananes est multiplié par 10, le prix est aussi multiplié par 10.

13. Dites si les situations suivantes impliquent une relation de proportionnalité directe et expliquez votre réponse en quelques lignes.

a) Claudia devrait débourser 35 $ si elle achetait un chemisier. Par contre, étant donné la promotion de la semaine, elle devrait débourser 52 $ si elle en achetait deux.

____

____

b) J'achète 6 pommes à 0,50 $ l'unité et ma facture s'élève 3,00 $.

____

____

c) Caroline a 3 animaux ; 1 chat et 2 chiens. Elle s'intéresse au rapport entre le nombre de chiens et le nombre total d'animaux, ainsi qu'au rapport entre le nombre de chats et le nombre total d'animaux.

____

____

14. Identifiez une situation de la vie courante dans laquelle la relation de proportionnalité directe est présente.

Exemple : Guylaine achète des beignets pour ses collègues de travail. Elle a 10 collègues et elle désire acheter 2 beignets par collègue.

____

____

978-2-89661-158-4

2. Trouvez une situation de la vie courante qui renferme des données ayant une relation de proportionnalité inverse.

3. Pour votre voyage, vous avez tous un montant de 300,00 $ amassé pendant l'activité de financement. Vous avez donc recueilli plus de 1 200 $ au total. Si un ami s'ajoutait à votre groupe maintenant, et que vous partagiez la somme amassée de façon équitable, recevriez-vous une part plus élevée ou moins élevée que 300 $?

4. Est-ce que la relation entre le montant que chacun reçoit, en partageant les 1 200 $, et le nombre de participants au voyage donne lieu à une situation proportionnelle ou inversement proportionnelle ? Expliquez brièvement votre réponse.

La relation de proportionnalité inverse représentée et la proportion

Il est possible de représenter une situation ayant une relation de proportionnalité inverse en utilisant des proportions.

Par exemple : plus il y a d'invités (I) à une fête, moins chacun des invités aura de parts de gâteau (G).

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{G_2}{G_1}$$

1. Résolvez les équations suivantes en suivant les étapes vues précédemment.

a) $32 = 6x - 4$	**b)** $32x = 30 + 66$
c) $12x + 4 = 100$	**d)** $\frac{78}{x} + 12 = 38$

En embarquant dans un taxi, vous remarquez que le compteur, qui calcule le coût de la course, est déjà à 0,75 $. Le conducteur du taxi vous explique que c'est la tarification de base. Il vous dit qu'ensuite, c'est 0,20 $ du kilomètre parcouru.

2. D'après vous, quelle serait la formule qui permettrait de savoir le coût total (C) de la course, peu importe le nombre de kilomètres parcourus (k) ?

978-2-89661-158-4

Fraction et pourcentage en algèbre

Pour calculer la fraction ou le pourcentage d'un nombre, on multiplie cette fraction ou ce pourcentage par le nombre en question.

Exemples : $\frac{1}{2}$ de $20 = \frac{1}{2} \times 20 = 10$ $\qquad$ $30\,\%$ de $90 = 30\,\% \times 90 = 27$

14. Trouvez le résultat exact associé à chacun des énoncés mathématiques suivants :

a) $\frac{3}{4} \times 30\ \% =$ ____________________

b) $40\ \%$ de $25 =$ ____________________

c) $\frac{6}{7}$ de $70\ \% =$ ____________________

d) $25\ \%$ de $12 =$ ____________________

e) $\frac{8}{6}$ de $75\ \% =$ ____________________

f) $\frac{14}{16}$ de $85\ \% =$ ____________________

15. Trouvez la valeur de l'inconnue.

a) $3x + \left(\frac{1}{2} \times 20\right) = 38 - 16$	**b)** $18 + 4 - (2y + y) = 2y + 38 - 36$

6. Résolvez les équations suivantes. Arrondir au centième au besoin.

a) $\dfrac{2(4x - 3)}{6} = 5$

b) $\dfrac{7(a - 5)}{8} = 6$

c) $\dfrac{6(4y + 3)}{5} = {}^{-}8$

  978-2-89661-158-4