

Enseignement explicite

Sciences naturelles
FBD – 2^e année du 2^e cycle

TRAJECTOIRE

mathématique

Représentation géométrique en
contexte fondamental 1

MAT-4173-2

Tiré à part



Claudie Lefebvre-Leblanc
Martin Francoeur

TRAJECTOIRE mathématique

Représentation géométrique
en contexte fondamental 1
MAT-4173-2

Tiré à part



Claudie Lefebvre-Leblanc
Martin Francoeur

Révision linguistique: Annie St-Germain
Révision scientifique: Alec Laporte
Correction d'épreuves: Doris Lizotte
Conception et réalisation: Interscript
Couverture: LaSo Design

© 2014, Éditions Marie-France Itée

Tous droits réservés. Il est interdit de reproduire, d'adapter
ou de traduire l'ensemble ou toute partie de cet ouvrage
sans l'autorisation écrite du propriétaire du copyright.

Dépôt légal 2^e trimestre 2014
Bibliothèque et Archives Canada
Bibliothèque et Archives nationales du Québec

Éditions Marie-France sont membres de



ISBN: 978-2-89661-182-9

Imprimé au Canada

Nous reconnaissons l'aide financière du gouvernement du Canada par l'entremise
du Fonds du livre du Canada pour nos activités d'édition.

Table des matières

SECTION 1

Isométrie et similitude des triangles

■ Isométrie des triangles	
Triangles isométriques	
■ Similitude des triangles	
Triangles semblables	
■ Raisonnement déductif	
Rappels sur les angles	
• Angles opposés par le sommet	
• Angles adjacents complémentaires et supplémentaires	
• Angles formés par deux droites et une sécante	
Tableaux affirmations-justifications	

SECTION 2

Relations trigonométriques et métriques dans le triangle rectangle

■ Rapports trigonométriques dans le triangle rectangle	
Rapports trigonométriques	
Recherche de mesures manquantes à l'aide des rapports trigonométriques	
Loi des sinus	
Loi des cosinus	
Aire des triangles quelconques	

■ Relations métriques dans le triangle rectangle	
Relations métriques dans le triangle rectangle	
• Première relation métrique	
• Deuxième relation métrique	
• Troisième relation métrique	
■ Distance entre deux points	
Distance entre deux points	
■ Équivalence des figures et solides	
Figures et solides équivalents	

≡ SECTION 3

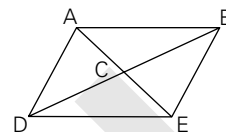
Situations-problèmes

■ Stratégies de résolution de situations-problèmes	
Représenter la situation	
• SP – Passagers confus	
Dresser la liste des relations utiles	
• SP – Un toit pour Mozart	
■ Situations-problèmes	
SP – Promenade au parc	
SP – Pièce à usiner	
SP – Le périmètre du triangle	
SP – Le parc à chien	
SP – Le bâton de Gerbert	
SP – Randonnée pédestre	
SP – Les gommes à effacer	
SP – L'enclos	

≡ CORRIGÉ

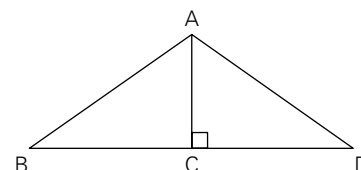
8. À l'aide d'un tableau affirmations-justifications, démontrez les propriétés suivantes :

- a) Dans un parallélogramme, les diagonales se coupent en leur milieu.



Affirmations	Justifications

- b) La hauteur d'un triangle isocèle le sépare en deux triangles isométriques.



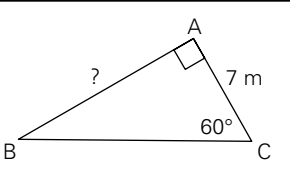
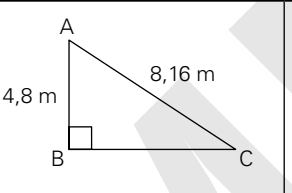
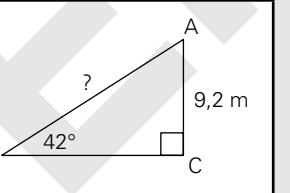
Affirmations	Justifications

Recherche de mesures manquantes à l'aide des rapports trigonométriques

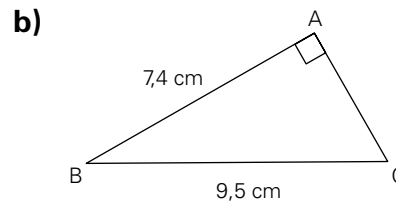
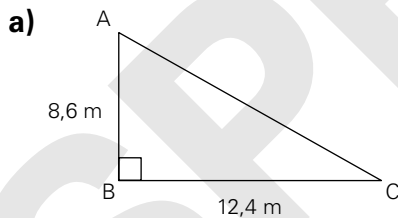
Les rapports trigonométriques peuvent nous permettre de déterminer une mesure (ou plusieurs mesures) manquante dans un triangle rectangle. Il suffit de poser le bon rapport puis de résoudre la proportion obtenue.

*Lorsqu'on demande de résoudre un triangle, cela signifie déterminer les mesures de ses trois côtés et de ses trois angles.

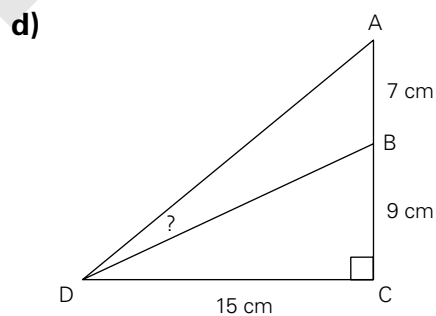
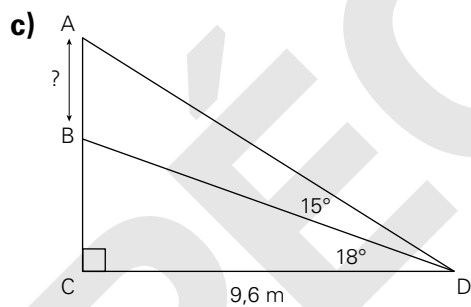
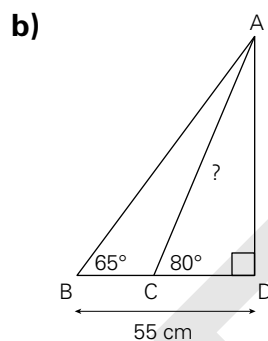
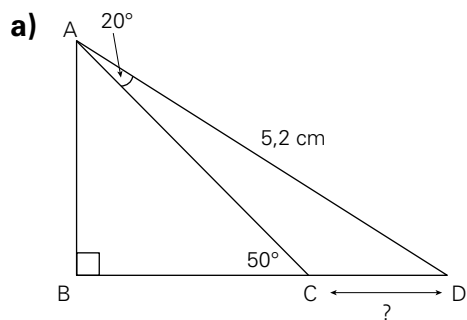
Ex.: Déterminez la mesure manquante dans les triangles suivants.

				
1	Choisir le rapport (sin, cos ou tan) le plus approprié et poser ce rapport.	$\tan 60^\circ = \frac{x}{7}$	$\sin C = \frac{4,8}{8,16}$	$\sin 42^\circ = \frac{9,2}{x}$
2	Résoudre la proportion obtenue • Si on cherche la mesure de l'angle, on utilise $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$ ou $\tan^{-1}$	$x = 7 \cdot \tan 60^\circ$ $\approx 12,12 \text{ m}$	$C = \sin^{-1}\left(\frac{4,8}{8,16}\right)$ $\approx 36,03^\circ$	$x = \frac{9,2}{\sin 42^\circ}$ $\approx 13,75 \text{ m}$

2. Résolvez chacun des triangles suivants.



8. Déterminez la mesure manquante dans chacune des figures suivantes.



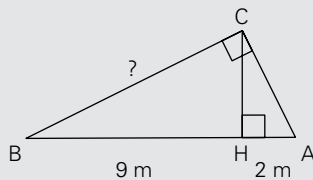
Troisième relation métrique

Dans un triangle rectangle, la mesure de chaque côté de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre la mesure de sa projection sur l'hypoténuse et celle de l'hypoténuse entière.

$$(m\overline{BC})^2 = m\overline{BH} \cdot m\overline{AB} \text{ ou } a^2 = c_1 \cdot c \quad \text{et} \quad (m\overline{AC})^2 = m\overline{AH} \cdot m\overline{AB} \text{ ou } b^2 = c_2 \cdot c$$

Ex. : Déterminez la mesure manquante dans les triangles suivants.

a)

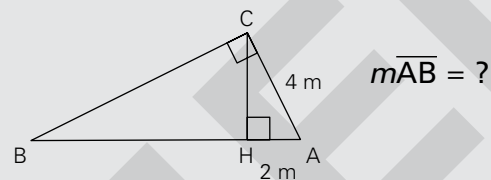


$$(m\overline{BC})^2 = m\overline{BH} \cdot m\overline{AB}$$

$$x^2 = 9 \cdot 11$$

$$x \approx 9,95 \text{ m}$$

b)



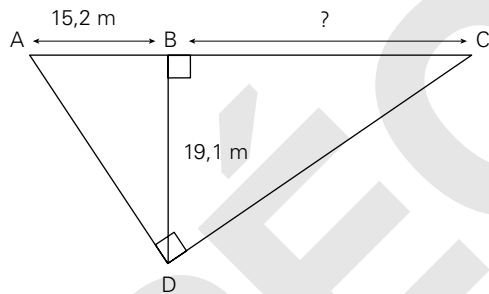
$$(m\overline{AC})^2 = m\overline{AH} \cdot m\overline{AB}$$

$$4^2 = 2 \cdot x$$

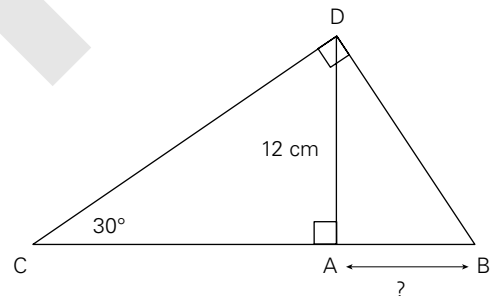
$$x = 8 \text{ m}$$

10. Déterminez les mesures manquantes dans les figures suivantes.

a)



b)

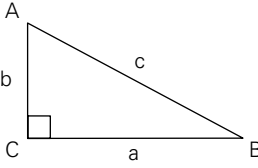
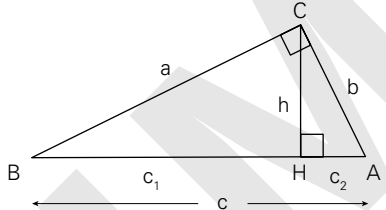
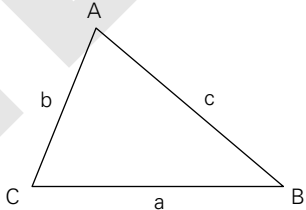


Dresser la liste des relations utiles

En géométrie, il existe une panoplie de relations et de formules pouvant être utiles pour déterminer des mesures manquantes. Avant de débiter la résolution d'un problème de géométrie, il peut être utile de dresser la liste des relations pouvant s'appliquer au contexte du problème.

Ainsi, lors de la résolution, il suffit de passer en revue ces relations et de voir si elles permettent de déduire des informations utiles à la résolution du problème.

Le tableau suivant résume les différentes relations et formules de ce cours.

Triangles rectangles	Triangles rectangles avec hauteur relative à l'hypoténuse	Triangles quelconques
 $\sin B = \frac{\text{mesure côté opp. à } \angle B}{\text{mesure hyp.}} = \frac{b}{c}$ $\cos B = \frac{\text{mesure côté adj. à } \angle B}{\text{mesure hyp.}} = \frac{a}{c}$ $\tan B = \frac{\text{mesure côté opp. à } \angle B}{\text{mesure côté adj. à } \angle B} = \frac{b}{a}$ $a^2 + b^2 = c^2$	 $a \cdot b = c \cdot h$ $h^2 = c_1 \cdot c_2$ $a^2 = c_1 \cdot c \text{ ou } b^2 = c_2 \cdot c$	 $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$ $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$ $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ *p = demi-périmètre

Ex. : Déterminez la valeur de x dans le triangle suivant.

Il s'agit d'un triangle rectangle avec une hauteur relative à l'hypoténuse; on peut appliquer les relations suivantes:

$$a \cdot b = c \cdot h \quad h^2 = c_1 \cdot c_2$$

$$a^2 = c_1 \cdot c \quad b^2 = c_2 \cdot c$$

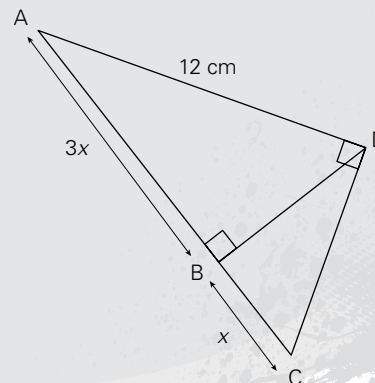
Comme on a des informations sur a , c_1 , et c_2 , on utilise: $a^2 = c_1 \cdot c$.

$$a^2 = c_1 \cdot c$$

$$12^2 = 3x \cdot 4x$$

$$144 = 12x^2$$

$$3,46 \text{ cm} \approx x$$

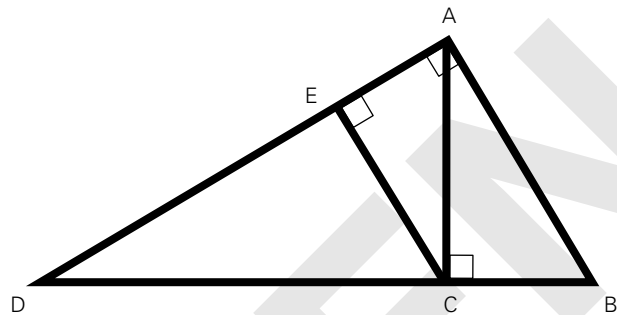


4. Un toit pour Mozart

Daniel construit une niche pour son chien Mozart. Pour faire le toit, il aura besoin de trois charpentes identiques. Le plan d'une charpente est représenté ci-contre.

La base de la charpente doit mesurer 1,16 m. La poutre AC doit être placée perpendiculairement aux trois quarts de la poutre BD. Chacune des poutres doit être faite à partir d'un seul madrier.

Pour fabriquer ces charpentes, Daniel doit acheter des madriers de 1,25 m de long au coût de 1,19\$ chacun. Combien devra-t-il déboursier pour l'achat de ces madriers?



2. Pièce à usiner

Maude doit usiner une pièce triangulaire qui servira au montage d'une machine. Dans un plan cartésien gradué en mètres, les coordonnées des trois sommets de la pièce sont les suivantes: A(11, 26), B(23, 42) et C(35, 37).

Maude doit maintenant produire le devis en déterminant les dimensions exactes des trois côtés, de même que les mesures des trois angles formant le triangle, au centième près.

Tracez le devis de la pièce.