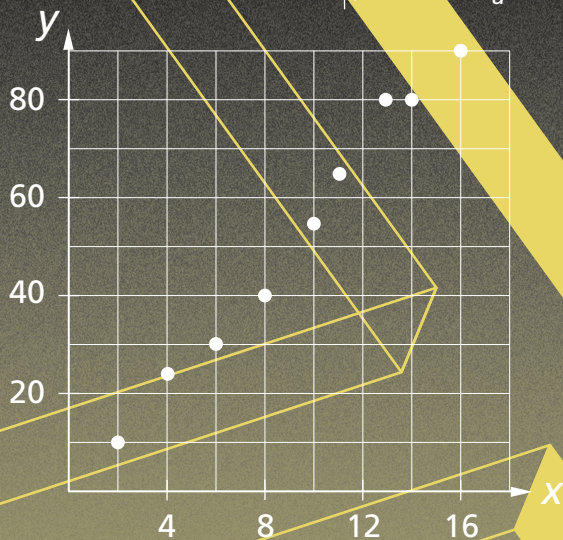
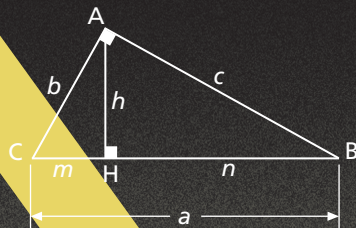


Alec Laporte  
Gilles Rochette

# Mathématique secondaire 2<sup>e</sup> cycle

## 2<sup>e</sup> année (4<sup>e</sup> secondaire)

Sciences naturelles • Technico-sciences • Culture, société et technique



# COMMENT FAIRE!

Tiré à part

Chargé de projet: Gilles Rochette

Révision linguistique: Doris Lizotte

Conception et réalisation: Infoscan Collette, Québec

© 2009, Éditions Marie-France Itée



*Tous droits réservés. Il est interdit de reproduire, d'adapter ou de traduire l'ensemble ou toute partie de cet ouvrage sans l'autorisation écrite du propriétaire du copyright.*

Dépôt légal 2<sup>e</sup> trimestre 2009

Bibliothèque et Archives Canada

Bibliothèque et Archives nationales du Québec

ISBN: 978-2-89168-995-3

Imprimé au Canada

*Nous reconnaissons l'aide financière du gouvernement du Canada par l'entremise du Programme d'aide au développement de l'industrie de l'édition pour nos activités d'édition.*

*Gouvernement du Québec - Programme de crédit d'impôt pour l'édition de livres - Gestion SODEC*

Éditions Marie-France sont membres de



# Table des matières

## Arithmétique et algèbre

Item 1	Décrire un sous-ensemble de l'ensemble des nombres réels	page 2
Item 2	Trouver la valeur absolue d'un nombre	page 5
Item 3	Calculer avec des exposants entiers, des exposants fractionnaires ou des racines carrées	page 6
Item 4	Rendre rationnel le dénominateur d'une fraction	page 15
Item 5	Additionner ou soustraire deux polynômes	page 16
Item 6	Multiplier deux polynômes	page 18
Item 7	Diviser deux polynômes	page 21
Item 8	Décomposer un polynôme en facteurs	page 25
Item 9	Réduire une fraction rationnelle	page 34
Item 10	Additionner ou soustraire deux fractions rationnelles	page 35
Item 11	Multiplier ou diviser deux fractions rationnelles	page 38
Item 12	Trouver la valeur numérique d'une expression algébrique	page 40
Item 13	Résoudre une équation du premier degré à une variable	page 42
Item 14	Résoudre une inéquation du premier degré à une variable	page 48
Item 15	Trouver le terme manquant d'une proportion	page 54
Item 16	Résoudre un système d'équations du premier degré à deux variables	page 56
Item 17	Résoudre une équation du second degré à une variable	page 65
Item 18	Résoudre une inéquation du second degré à une variable	page 72

Item 19	Résoudre un système d'équations à deux variables, une des équations est du premier degré et l'autre du second degré . . . . .	page 74
Item 20	Résoudre une équation exponentielle . . . . .	page 76
Item 21	Trouver le logarithme d'un nombre . . . . .	page 78
Item 22	Identifier une fonction dont l'équation est donnée . . . . .	page 80
Item 23	Représenter graphiquement une fonction constante $f(x) = b$ . . .	page 82
Item 24	Trouver l'équation associée à une fonction constante $f(x) = b$ . . .	page 83
Item 25	Représenter graphiquement une fonction de variation directe $f(x) = ax$ . . . . .	page 84
Item 26	Trouver l'équation associée à une fonction de variation directe $f(x) = ax$ . . . . .	page 85
Item 27	Représenter graphiquement une fonction de variation partielle $f(x) = ax + b$ . . . . .	page 86
Item 28	Trouver l'équation associée à une fonction de variation partielle $f(x) = ax + b$ . . . . .	page 87
Item 29	Trouver les zéros d'une fonction polynomiale du premier degré . . . . .	page 92
Item 30	Déterminer le domaine, l'image et les intervalles de croissance ou de décroissance d'une fonction constante ou d'une fonction polynomiale du premier degré . . . . .	page 95
Item 31	Représenter graphiquement une fonction de variation inverse $f(x) = \frac{k}{x}$ . . . . .	page 98
Item 32	Trouver l'équation associée à une fonction de variation inverse . . . . .	page 100

Item 33	Représenter graphiquement une fonction polynomiale du second degré $f(x) = ax^2$ . . . . .	page 101
Item 34	Écrire l'équation d'une fonction polynomiale du second degré sous la forme générale, canonique ou factorisée . . . . .	page 103
Item 35	Représenter graphiquement une fonction polynomiale du second degré $f(x) = ax^2 + bx + c$ , $f(x) = a(x - h)^2 + k$ ou $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ . . . . .	page 108
Item 36	Trouver les zéros d'une fonction polynomiale du second degré . . . . .	page 112
Item 37	Trouver l'équation de l'axe de symétrie de la parabole représentant une fonction polynomiale du second degré . . . . .	page 118
Item 38	Trouver les coordonnées du sommet de la parabole représentant une fonction polynomiale du second degré . . . . .	page 120
Item 39	Trouver le domaine et l'image d'une fonction polynomiale du second degré . . . . .	page 122
Item 40	Trouver le minimum ou le maximum d'une fonction polynomiale du second degré . . . . .	page 123
Item 41	Déterminer le signe d'une fonction polynomiale du second degré . . . . .	page 126
Item 42	Déterminer les intervalles de croissance ou de décroissance d'une fonction polynomiale du second degré . . . . .	page 129
Item 43	Trouver l'équation d'une fonction polynomiale du second degré . . . . .	page 130
Item 44	Représenter graphiquement une fonction exponentielle $f(x) = ac^{bx}$ . . . . .	page 133
Item 45	Représenter graphiquement la réciproque d'une fonction . . . . .	page 137

Item 46	Représenter graphiquement une fonction racine carrée $f(x) = a\sqrt{bx}$ .....	page 139
Item 47	Représenter graphiquement une fonction logarithmique $f(x) = a \log_c bx$ .....	page 140
Item 48	Représenter graphiquement une fonction partie entière $f(x) = a[bx]$ .....	page 141
Item 49	Représenter graphiquement une fonction partie entière $f(x) = a[b(x - y)] + k$ .....	page 143
Item 50	À l'aide d'une représentation graphique, identifier une fonction par parties, une fonction périodique ou une fonction en escalier .....	page 145
Item 51	À partir d'une situation, identifier une fonction constante, de variation directe, de variation partielle, de variation inverse, polynomiale du second degré, exponentielle ou partie entière .....	page 148

## Géométrie

Item 52	Convertir des unités de mesure .....	page 156
Item 53	Trouver l'aire d'un triangle, d'un quadrilatère ou d'un polygone régulier .....	page 159
Item 54	Trouver la circonférence d'un cercle ou la longueur d'un arc de cercle .....	page 161
Item 55	Trouver l'aire d'un disque ou l'aire d'un secteur circulaire .....	page 162
Item 56	Trouver l'aire latérale, l'aire totale ou le volume d'un solide ...	page 162

Item 57	Trouver la mesure d'un angle ou d'un segment en appliquant des théorèmes	page 167
Item 58	Identifier des figures équivalentes	page 173
Item 59	Trouver une mesure manquante à l'aide du rapport de similitude de deux figures semblables	page 173
Item 60	Trouver l'aire d'une figure issue d'une similitude	page 176
Item 61	Trouver le volume d'un solide issu d'une similitude	page 177
Item 62	Établir les conditions minimales pour obtenir des triangles isométriques	page 179
Item 63	Établir les conditions minimales pour obtenir des triangles semblables	page 184
Item 64	Appliquer la relation de Pythagore	page 186
Item 65	Trouver une mesure manquante à l'aide des relations métriques entre les segments associés à la hauteur d'un triangle rectangle	page 191
Item 66	Trouver la mesure d'un angle ou d'un côté d'un triangle rectangle à l'aide des rapports trigonométriques	page 195
Item 67	Appliquer la loi des sinus	page 198
Item 68	Appliquer la loi des cosinus	page 200
Item 69	Trouver l'aire d'un triangle à l'aide de la formule de Héron	page 201
Item 70	Trouver les coordonnées d'un point du cercle trigonométrique	page 202
Item 71	Situer un point dans un plan cartésien	page 206
Item 72	Trouver la distance entre deux points du plan cartésien	page 207
Item 73	Trouver les coordonnées du point milieu d'un segment de droite	page 208



Item 74	Trouver les coordonnées d'un point qui partage un segment de droite dans un rapport donné	page 209
Item 75	Trouver les coordonnées à l'origine d'une droite	page 212
Item 76	Trouver la pente d'une droite	page 214
Item 77	Trouver la pente d'une droite parallèle ou perpendiculaire à une droite donnée	page 217
Item 78	Trouver la distance entre un point et une droite	page 220
Item 79	Trouver des couples solutions d'une équation du premier degré à deux variables	page 222
Item 80	Représenter graphiquement l'ensemble-solution d'une équation du premier degré à deux variables	page 224
Item 81	Représenter graphiquement l'ensemble-solution d'un système d'équations du premier degré à deux variables	page 226
Item 82	Représenter graphiquement l'ensemble-solution d'une inéquation du premier degré à deux variables	page 228
Item 83	Trouver l'équation d'une droite	page 232
Item 84	Trouver l'inéquation associée à un demi-plan	page 240

## Probabilité et statistique

Item 85	Trouver la moyenne d'une distribution de données	page 242
Item 86	Trouver la moyenne pondérée d'une distribution de données	page 244
Item 87	Trouver le mode d'une distribution de données	page 245
Item 88	Trouver la médiane d'une distribution de données	page 247



Item 89	Trouver l'étendue d'une distribution de données . . . . .	page 249
Item 90	Trouver les quartiles d'une distribution de données . . . . .	page 250
Item 91	Construire un diagramme de quartiles . . . . .	page 252
Item 92	Calculer le rang centile d'une donnée dans une distribution . . .	page 254
Item 93	Calculer l'écart moyen d'une distribution de données . . . . .	page 257
Item 94	Construire un diagramme à tiges et à feuilles . . . . .	page 259
Item 95	Calculer la variance d'une distribution de données . . . . .	page 260
Item 96	Calculer l'écart-type d'une distribution de données . . . . .	page 262
Item 97	Construire un tableau de distribution à double entrée . . . . .	page 263
Item 98	Trouver une approximation d'un coefficient de corrélation linéaire . . . . .	page 264
Item 99	Trouver l'équation d'une droite de régression . . . . .	page 267
Item 100	Trouver la probabilité d'un événement lors d'une expérience aléatoire . . . . .	page 272
Item 101	Trouver la probabilité d'un événement lors d'un tirage avec remise ou sans remise . . . . .	page 273
Item 102	Trouver la probabilité fréquentielle d'un événement . . . . .	page 274
Item 103	Calculer une probabilité dans un contexte géométrique . . . . .	page 275
Item 104	Calculer les « chances pour » ou les « chances contre » d'un événement . . . . .	page 276
Item 105	Calculer l'espérance mathématique . . . . .	page 277
Item 106	Trouver une probabilité subjective . . . . .	page 278
Item 107	Trouver une probabilité conditionnelle . . . . .	page 279

## Racines carrées

SI $x \geq 0$ , ALORS $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$	
$\sqrt{1} = 1$	$\sqrt{4} = 2$ et $-\sqrt{4} = -2$
$\sqrt{0} = 0$	$\sqrt{-4} \notin \mathbb{R}$
$\sqrt{x^2} = x$	$\sqrt{x^{16}} = x^8$
$(\sqrt{x})^2 = x$	$\sqrt{x^{-6}} = x^{-3} = \frac{1}{x^3}$

On divise par deux l'exposant de la puissance sous la racine carrée.



## Multiplication et division de racines carrées

Pour multiplier ou diviser deux racines carrées, on **multiplie ou divise les quantités hors des racines carrées ensemble** et les quantités sous les racines carrées ensemble.

$$a\sqrt{b} \times x\sqrt{y} = ax\sqrt{by}$$

$$\frac{a\sqrt{b}}{x\sqrt{y}} = \frac{a}{x} \sqrt{\frac{b}{y}}$$

$b > 0$ ,  $x \neq 0$  et  $y > 0$

Résoudre un système d'équations, c'est trouver le couple solution commun aux deux équations.

Le couple (4, -5) est solution du système d'équations

$$3x - 5y - 37 = 0$$

$$6x + 7y + 11 = 0$$

Si on remplace  $x$  par 4 et  $y$  par -5, on obtient

$$3 \times 4 - 5 \times -5 - 37 = 0 \text{ ou } 12 + 25 - 37 = 0$$

$$6 \times 4 + 7 \times -5 + 11 = 0 \text{ ou } 24 - 35 + 11 = 0$$

Les deux équations sont transformées en égalités.

On trouve le couple solution d'un système d'équation du premier degré à deux variables à l'aide d'une des méthodes suivantes :

- des tables de valeurs,
- une représentation graphique,
- une des trois méthodes algébriques : par réduction, par comparaison ou par substitution.



### À l'aide de tables de valeurs

On construit les tables de valeurs des deux équations pour identifier le couple solution.

L'équation d'une fonction est  $f(x) = -2x + 1$ .

Quelle est l'image de la fonction si son domaine est  $]-1,5, 1,5]$ ?

On trace la droite représentant la fonction  $f$ .

▀ Voir item 27

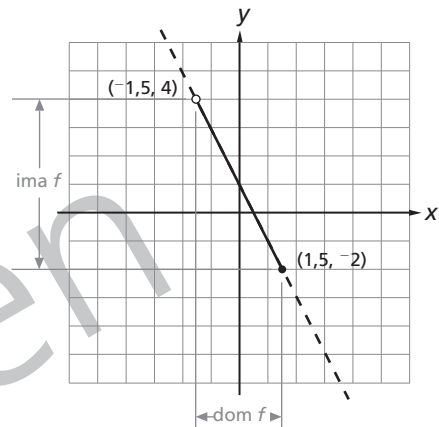
$x$	0	2	-2
$f(x)$	1	-3	5

On trouve les coordonnées des extrémités du segment.

$$f(-1,5) = -2 \times -1,5 + 1 = 3 + 1 = 4$$

$$f(1,5) = -2 \times 1,5 + 1 = -3 + 1 = -2$$

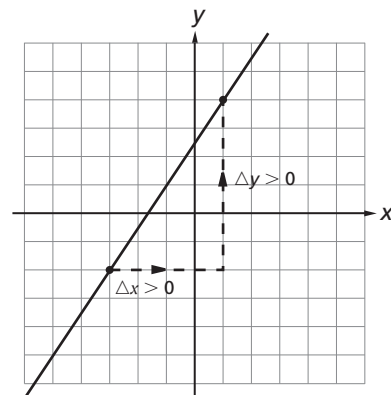
L'image de la fonction est  $]-2, 4[$ .



## Croissance et décroissance

Une fonction polynomiale du premier degré est **croissante** si la droite qui la représente a une  **pente positive** ( $m \geq 0$ ).

Une variation positive de la variable indépendante entraîne une variation positive de la variable dépendante.

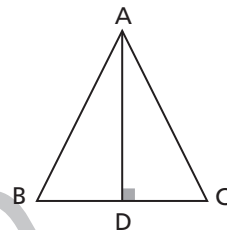


La fonction est croissante.

## Théorème 9

Dans un triangle isocèle, la médiane, la bissectrice et la hauteur issues du sommet coïncident avec la médiatrice de la base.

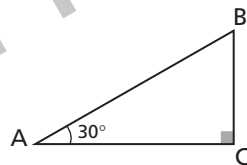
Le segment AD est une hauteur du triangle ABC, il est la bissectrice de l'angle A, une médiane du triangle et la médiatrice du côté BC.



## Théorème 10

La mesure du côté opposé à un angle de  $30^\circ$  d'un triangle rectangle est égale à la moitié de la mesure de l'hypoténuse.

$$m\overline{BC} = \frac{1}{2} \times m\overline{AB}$$

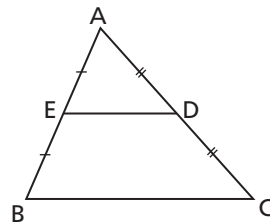


## Théorème 11

Le segment qui joint les points milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté et sa mesure est égale à la moitié de ce troisième côté.

Si E et D sont les points milieux des côtés AB et AC,

alors  $\overline{ED} \parallel \overline{BC}$  et  $m\overline{ED} = \frac{m\overline{BC}}{2}$ .



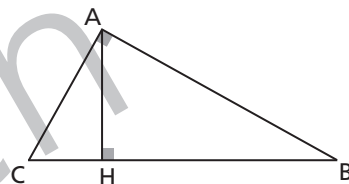
## Item 65

Trouver une mesure manquante à l'aide des relations métriques entre les segments associés à la hauteur d'un triangle rectangle

La hauteur  $AH$  issue du sommet de l'angle droit d'un triangle rectangle  $ABC$  le partage en deux triangles rectangles semblables au triangle  $ABC$ .

$$\triangle ABC \sim \triangle HAC \sim \triangle HBA$$

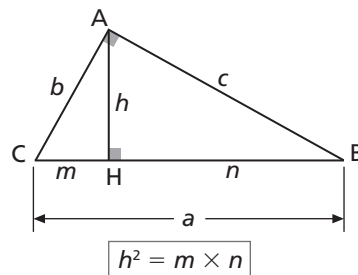
Les proportions données par les côtés homologues de ces triangles semblables donnent trois relations métriques entre ces côtés.



### Première relation métrique

Dans un triangle rectangle, la mesure de la hauteur issue de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre les mesures des deux segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse.

$$(m\overline{AH})^2 = m\overline{CH} \times m\overline{HB}$$



Trouver la distance entre les points de coordonnées (5, -4) et (1, 3).

On choisit les coordonnées d'un point pour remplacer  $x_1$  et  $y_1$  dans la formule, les coordonnées de l'autre point remplaceront  $x_2$  et  $y_2$ .

$$\begin{aligned}d &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\d &= \sqrt{(1 - 5)^2 + (3 - (-4))^2} \\d &= \sqrt{(-4)^2 + 7^2} \\d &= \sqrt{16 + 49} \\d &= \sqrt{65} \\d &\approx 8,06\end{aligned}$$

Ou

$$\begin{aligned}d &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\d &= \sqrt{(5 - 1)^2 + (-4 - 3)^2} \\d &= \sqrt{4^2 + (-7)^2} \\d &= \sqrt{16 + 49} \\d &= \sqrt{65}\end{aligned}$$

La distance est de  $\sqrt{65}$  unités, soit 8,06 unités au centième près.

## Item 73

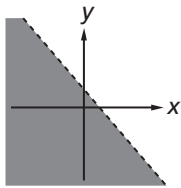
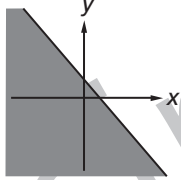
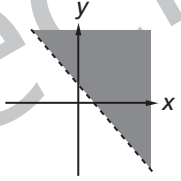
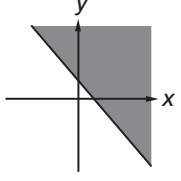
Trouver les coordonnées du point milieu d'un segment de droite

Les coordonnées du point milieu M du segment reliant les points  $A(x_1, y_1)$  et  $B(x_2, y_2)$  sont données par les formules suivantes :

$$\begin{aligned}\text{Abscisse de M} &= \frac{x_1 + x_2}{2} \\ \text{Ordonnée de M} &= \frac{y_1 + y_2}{2}\end{aligned}$$





INÉQUATION DE LA FORME...	DROITE FRONTIÈRE	DEMI-PLAN
$x + y - 3 < 0$ Signe d'inégalité stricte	Trait pointillé	 Demi-plan ouvert
$x + y - 3 \leq 0$ Signe d'inégalité large	Trait plein	 Demi-plan fermé
$x + y - 3 > 0$ Signe d'inégalité stricte	Trait pointillé	 Demi-plan ouvert
$x + y - 3 \geq 0$ Signe d'inégalité large	Trait plein	 Demi-plan fermé

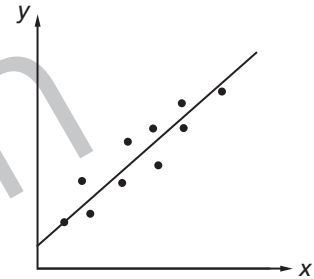
Une droite de régression est celle qui représente le plus fidèlement possible un nuage de points.

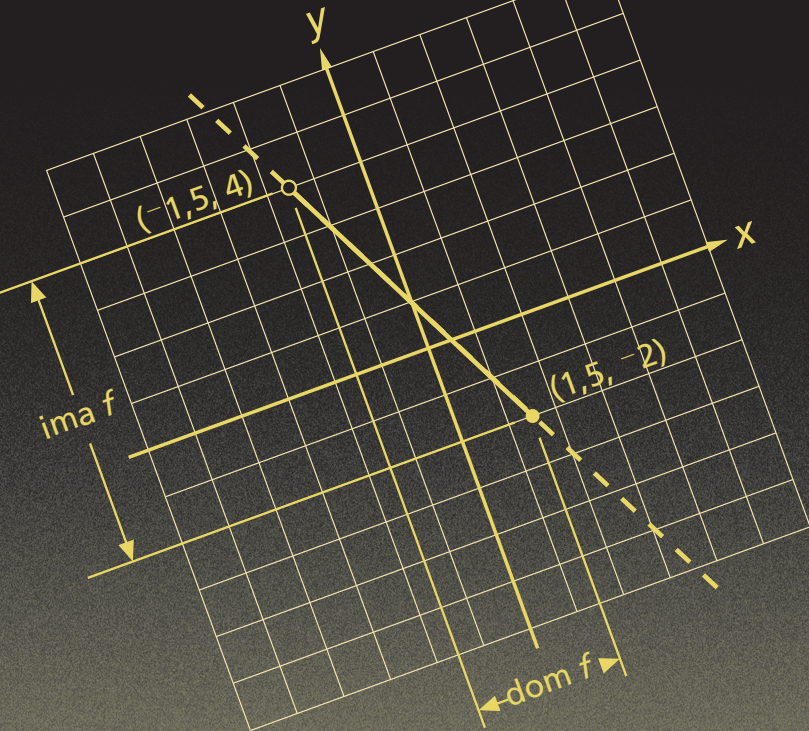
On trouve l'équation d'une droite de régression à l'aide d'une des deux méthodes suivantes: la méthode de Mayer ou la méthode médiane-médiane.

### Méthode de Mayer

Pour trouver l'équation d'une droite de régression à l'aide de la méthode de Mayer, ...

- on ordonne les coordonnées des points du nuage selon l'ordre croissant des abscisses,
- on regroupe les coordonnées des points du nuage en deux groupes de même taille,
- on calcule la moyenne des abscisses et la moyenne des ordonnées des points du premier groupe pour obtenir les coordonnées d'un point  $P_1$ ,
- on calcule la moyenne des abscisses et la moyenne des ordonnées des points du deuxième groupe pour obtenir les coordonnées d'un point  $P_2$ ,
- on trouve l'équation de la droite passant par les points  $P_1$  et  $P_2$ .





**Comment faire !** est un livre de référence qui s'adresse aux élèves de la 2<sup>e</sup> année du 2<sup>e</sup> cycle du secondaire. Les items présentés sont au programme de mathématique du ministère de l'Éducation.

Ce livre sera un outil précieux pour l'élève, à qui il servira de :

- référence lors de travaux à la maison ou à l'école ;
- matériel de révision de ses connaissances avant une évaluation ;
- support en cas d'oubli d'une définition, d'une formule ou de faiblesse dans ses habiletés opératoires qui l'empêcheraient de résoudre un problème.